NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 1

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	BONUS	Soin	Tenue du groupe
Total	5	5	8	2	1	1

Exercice 1

Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants :

1. $(2+3i)+(-1+6i)$
2. i^{-13}
3. $\dfrac{1+4i}{1-i\sqrt{2}}$
4. $\overline{\left(\dfrac{3+i}{5-7i}\right)}$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $z^2-6z+13=0$
2. $\overline{z}-3\mathrm{i}z-3+6\mathrm{i}=0$, $\overline{z}$ étant le conjugué de z.

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, considérons le point $\Omega(1;0)$ et une famille de points $M_n(x_n;y_n)$ du tels que, pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} x_{n+1} = -\dfrac{1}{2}y_n + 1 \\ y_{n+1} = \dfrac{1}{2}x_n - \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

1. Pour tout entier naturel n, notons z_n le nombre complexe ayant pour forme algébrique x_n+iy_n.
   Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ z_{n+1} = \dfrac{1}{2}iz_n + 1 - \dfrac{1}{2}i$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $Z_n = z_n - 1$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ Z_{n+1} = \dfrac{1}{2}iZ_n$
3. En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N},\ Z_n = Z_0\dfrac{1}{2^n}i^n$
4. On note d_n la distance de Ω à M_n. Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N},\ d_n^2 = Z_n\overline{Z_n}$
5. Exprimer, pour tout entier naturel n, d_n^2 en fonction de n et d_0.
6. Si $M_0(5;4)$, déduire de la question précédente les coordonnées de M_{20} et la distance ΩM_{20}

BONUS

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$$

<u>Indication</u> : on déterminera d'abord les solutions de l'équation : $z^4 - 1 = 0$